CS30017 编译

# 第二讲：词法分析

徐 辉

xuh@fudan.edu.cn

# 主要内容

一、词法声明：正则表达式（Regex）

二、词法声明：使用Regex声明TeaLang词法

三、词法解析：Regex转NFA

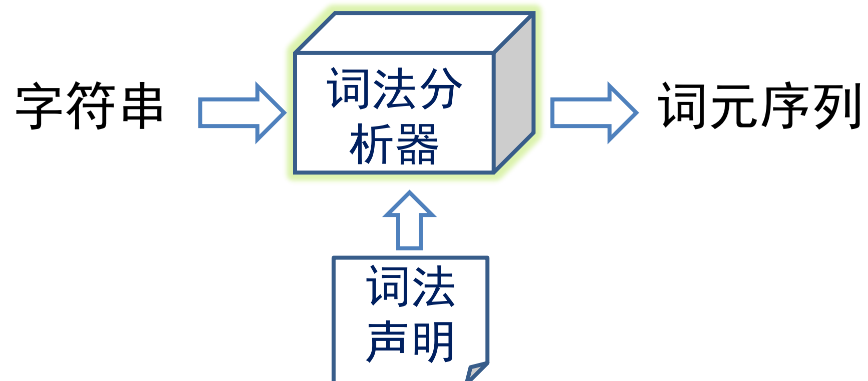
四、词法解析：NFA转DFA

五、正则语言及其等价性

# 一、词法声明：正则表达式

# 词法声明

- 词法声明定义了什么是有效的字符串输入及其对应的词元序列



# 基本概念

- 模式（Pattern）：字符串模式描述，一般用正则表达式
- 词素（Lexeme）：符合某词元模式的字符串实例
- 词元（Token）：由词元类型和属性组成的二元组

| 类型 | 模式（文字描述） | 词素举例 | 词元 |
|---|---|---|---|
| 二元运算符 | 任意加减乘除符号 | + | <BINOP (+)> |
| 操作数 | 任意数据常量 | 3.14 | <NUM (3.14)> |

# 正则表达式

- 正则表达式定义了字母表Σ上的字符串集合
- 其单个字符元素的表述方式包括：

| 正则表示 | 含义 |
| --- | --- |
| $a$ | $x = a$ |
| $[ab]$ | $x \in \{a, b\}$ |
| $[a - z]$ | $x \in \{a, \dots, z\}$ |
| $[a - zA - Z]$ | $x \in \{a, \dots, z, A, \dots, Z\}$ |
| . | $x \in \Sigma$ |
| $\wedge a$ | $x \in \Sigma \backslash \mathrm{a}$ |
| $\epsilon$ | $x \in \emptyset$ |
| $a?$ | $x = a \text{ or } x = \epsilon$ |

在线测试：https://regex101.com/

# 正则表达式（Regular Expression）

- 字符元素之间以及正则表达式之间（递归定义）的组合方法包括：

| 构造方式 | | 正则表示 | 含义 |
|---|---|---|---|
| 选择（union） | | $S\|T$ | $x \in S \cup T$ |
| 连接（concatenation） | | $ST$ | $x \in \{st \mid s \in S, t \in T\}$ |
| 闭包（Kleene closure） | | $S^*$ | $x \in \{s_1..s_n \mid \forall 1 \leq i \leq n, s_i \in S, 0 \leq n < \infty\}$ |
| | 正闭包 | $S^+$ | $x \in \{s_1..s_n \mid \forall 1 \leq i \leq n, s_i \in S, 1 \leq n < \infty\}$ |
| | 区间闭包 | $S^{\{min,max\}}$ | $x \in \{s_1..s_n \mid \forall 1 \leq i \leq n, s_i \in S, min \leq n < max\}$ |

# 基本运算法则

- 优先级：闭包 > 连接 > 选择

| 构造方式 | 交换律 | 结合律 | 分配律 | 幂等率 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 选择 | $r\|s = s\|r$ | $r\|(s\|t) = (r\|s)\|t$ | | |
| 连接 | | $r(st) = (rs)t$ | $r(s\|t) = rs\|rt$ | |
| 闭包 | | | | $r^* = r^{**}$ |

# 使用正则表达式声明词法

<UINT> := $[0\text{-}9]^+$

<UNUM> := $[0\text{-}9]^+(.[0\text{-}9]^+|\epsilon)$

利用中间变量简化词法声明

DIGIT := $[0\text{-}9]$

<UINT> := $\{DIGIT\}^+$

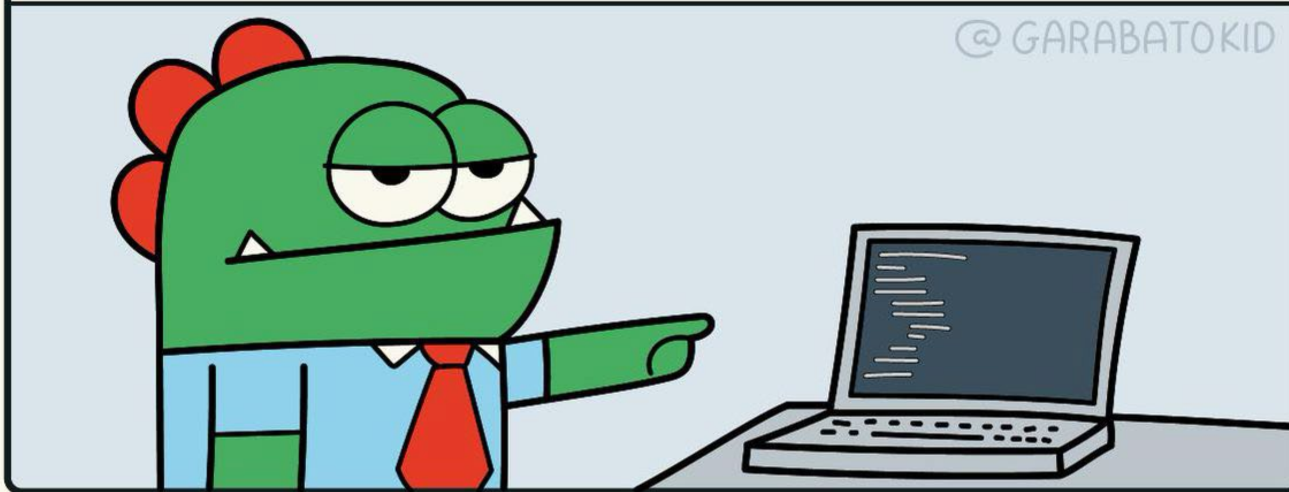
<UNUM> := $\{DIGIT\}^+(.\{DIGIT\}^+|\epsilon)$

# 练习

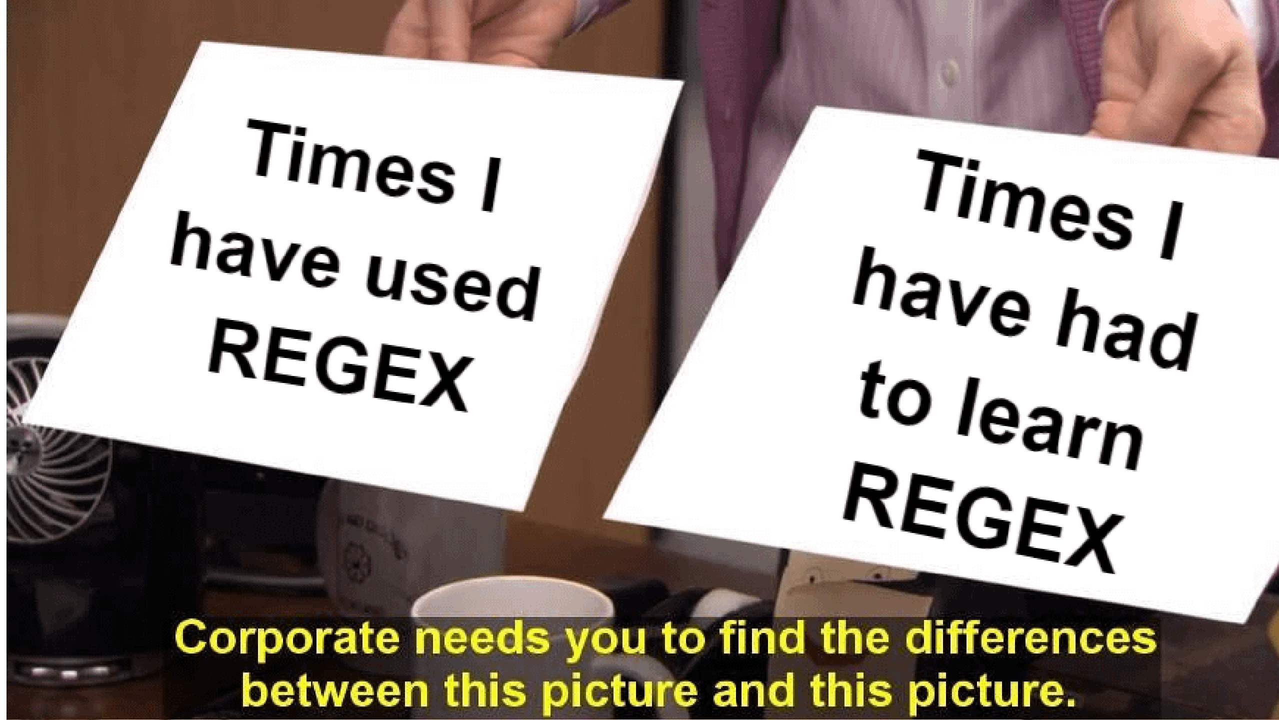
- 定义无符号数的正则表达式：
  - 支持浮点数和整数，如0.1、123
  - 支持科学计数法表示，如123e2、2.1e-3（指数不能为浮点数）

# HOW TO REGEX

STEP 1: OPEN YOUR FAVORITE EDITOR




STEP 2: LET YOUR CAT PLAY ON YOUR KEYBOARD


Times I have used REGEX
Times I have had to learn REGEX
Corporate needs you to find the differences between this picture and this picture.

They're the same picture.

ChatGPT
WHAT IS MY PURPOSE

You write Regex

ChatGPT
OH MY GOD
imgflip.com

# 二、词法声明：使用Regex声明TeaLang词法

# 一门语言中需要定义的词元类型

- 操作数：
  - 数字
  - 标识符
- 符号：
  - 运算符
  - 其它符号
- 保留字

# TeaLang中的数字和标识符

```
<UNUM> := [1-9][0-9]*|0

<ID> := [a-z_A-Z][a-z_A-Z0-9]*
```

# TeaLang中的运算符

**二元运算符**

```
<ADD>  :=  +
<SUB>  :=  -
<MUL>  :=  *
<DIV>  :=  /
```

**比较运算符**

```
<CEQ>  :=  ==
<NEQ>  :=  !=
 <GT>  :=  >
<GTE>  :=  >=
 <LT>  :=  <
<LTE>  :=  <=
```

**逻辑运算符**

```
<AND>  :=  &&
 <OR>  :=  ||
<NOT>  :=  !
```

**赋值符号**

```
<EQ>  :=  =
```

# TeaLang中的其它符号

**TeaLang代码样式**

```
/* block comment */
fn foo(a:i32, b:i32) -> i32 {
    // line comment
    return a + b;
}
```

| 分隔符 | | | 主要用途 |
|---|---|---|---|
| <COMMA> | := | , | 分隔多个元素 |
| <SEMI> | := | ; | 分隔多条语句 |
| <RARROW> | := | -> | 函数返回类型 |
| <COLON> | := | : | 变量类型声明 |
| <DCOLON> | := | :: | 域分隔符 |
| <DOT> | := | . | 变量字段（field） |
| <AMPS> | := | & | 引用 |

**注释**

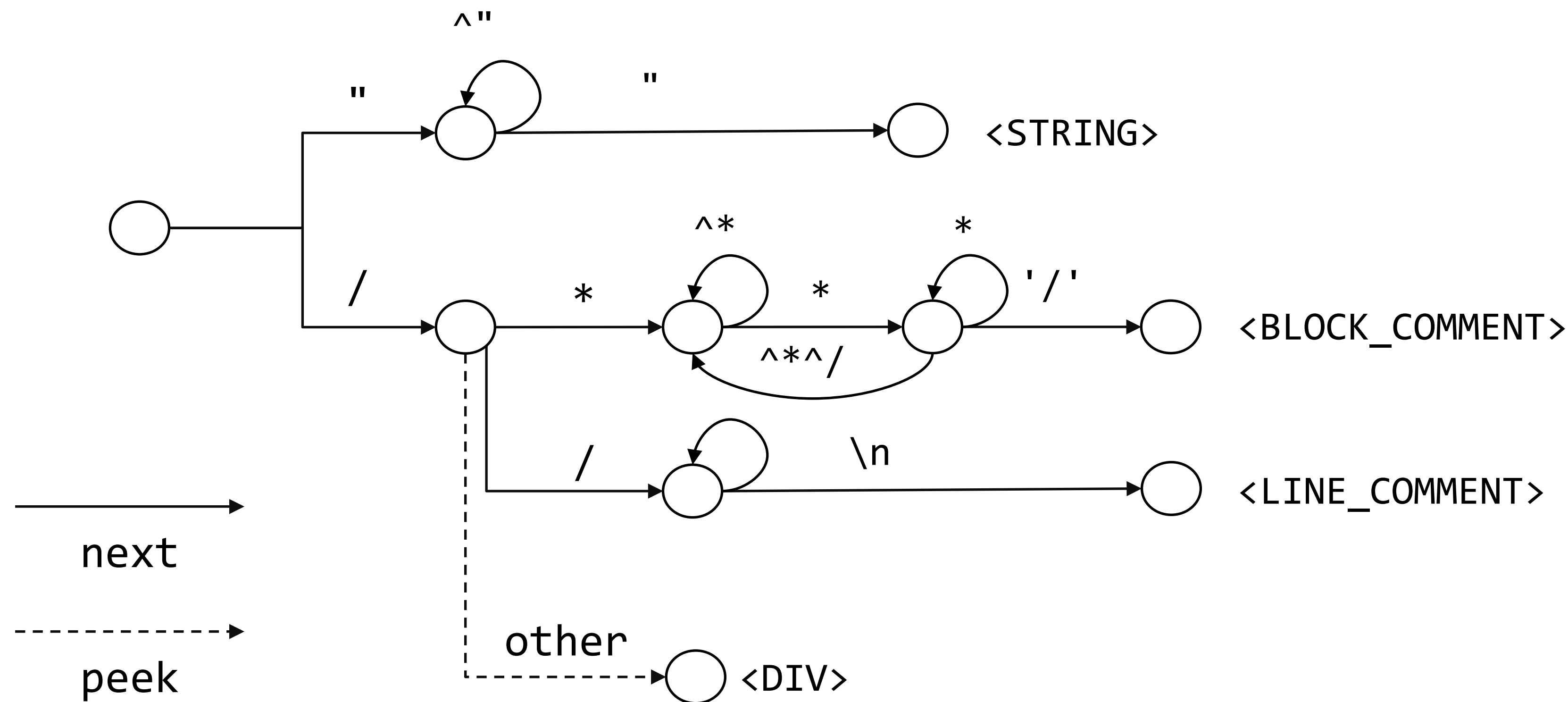
| | | |
|---|---|---|
| <SLASHES> | := | // |
| <LSTAR> | := | /* |
| <RSTAR> | := | */ |

**成对分隔符**

| | | |
|---|---|---|
| <LPAR> | := | ( |
| <RPAR> | := | ) |
| <LSQ> | := | [ |
| <RSQ> | := | ] |
| <LBRA> | := | { |
| <RBRA> | := | } |

# 注译和引号

- 引号或注释内部的字符串是否应识别为单独的词元？
- 否=>更新词元定义




```
      <STRING>  :=  "[^"]*"
 <LINE_COMMENT>  :=  //[^\n]*
<BLOCK_COMMENT>  :=  /*[^*]*[*]+([^*^/][^*]*[*]+)*/
```

# TeaLang 中的保留字

**函数、变量声明**

```
<FN>  :=  fn
<LET> :=  let
```

**类型**

```
<INT>    :=  i32
<STRUCT> :=  struct
```

**控制流**

```
<IF>     :=  if
<ELSE>   :=  else
<WHILE>  :=  while
<BREAK>  :=  break
<CONT>   :=  continue
<RETURN> :=  return
```

**函数、变量声明**

```
<USE> :=  use
```

# 识别时的冲突处理

- 保留字 vs 标识符：保留字优先级高于标识符
  - 如字符串“if”应识别为<IF>，非<ID (if)>
- 存在多种匹配方案时，选择最长的匹配
  - “ifabc”应识别为<ID (ifabc)>， 不应识别为<IF>和<ID (abc)>
  - “<=”应识别为<LTE>，不应识别为两个词元<LT><EQ>

# PEST中的实现

- ~：连接
- !：排除（negative predicate）
  - 不消耗字符

```
// Comments: single-line and multi-line comments (automatically skipped)
COMMENT = _{ line_comment | block_comment }

// Single-line comment: from "//" to end of line
// Example: "// This is a comment"
line_comment = { "//" ~ (!("\n" | "\r") ~ ANY)* }

// Multi-line comment: from "/*" to "*/"
// Example: "/* This is a multi-line comment */"
block_comment = { "/*" ~ (!"*/" ~ ANY)* ~ "*/" }
```



https://pest.rs/book/

# PEST中的实现

```
// Numeric literal: zero or a non-zero digit followed by any digits
// Examples: "0", "1", "10", "48", "57", "1005"
num = @{ "0" | (ASCII_NONZERO_DIGIT ~ ASCII_DIGIT*) }

// Keywords (using @ for atomic rules to prevent whitespace inside)
// Example: "let x:i32 = 0;"
kw_let = @{ "let" ~ WHITESPACE }

// More keywords
...
// Identifier: starts with letter or underscore, followed by letters, digits, or underscores
// This is performed after the keyword is recognized.
identifier = @{
    (ASCII_ALPHA | "_") ~ (ASCII_ALPHA | ASCII_DIGIT | "_")*
}
```

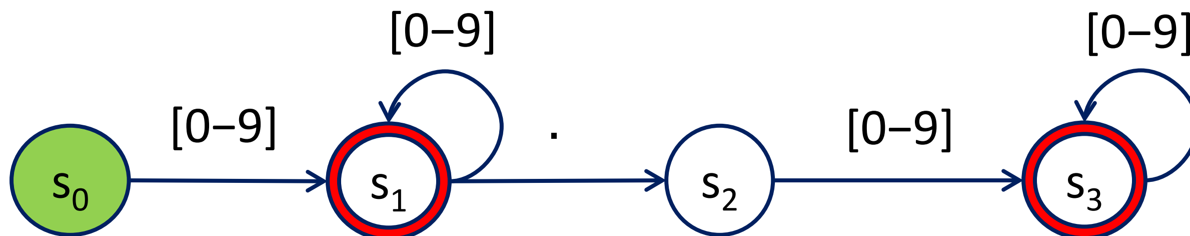
# 三、词法解析：Regex转NFA

# 有穷自动机（Finite Automaton）

- 识别无符号浮点数的FA：

```
<UNUM> := [0-9]+(.[0-9]+|ϵ)
```

  - 字符集：$\sum = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,.\}$
  - 状态集：$S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$
  - 初始状态：$S_0 = s_0$
  - 接受状态：$S_{acc} = \{s_1, s_3\}$
  - 状态转移关系：$\Delta = \left\{ s_0 \xrightarrow{[0-9]} s_1, s_1 \xrightarrow{[0-9]} s_1, s_1 \xrightarrow{.} s_2, s_2 \xrightarrow{[0-9]} s_3, s_3 \xrightarrow{[0-9]} s_3 \right\}$



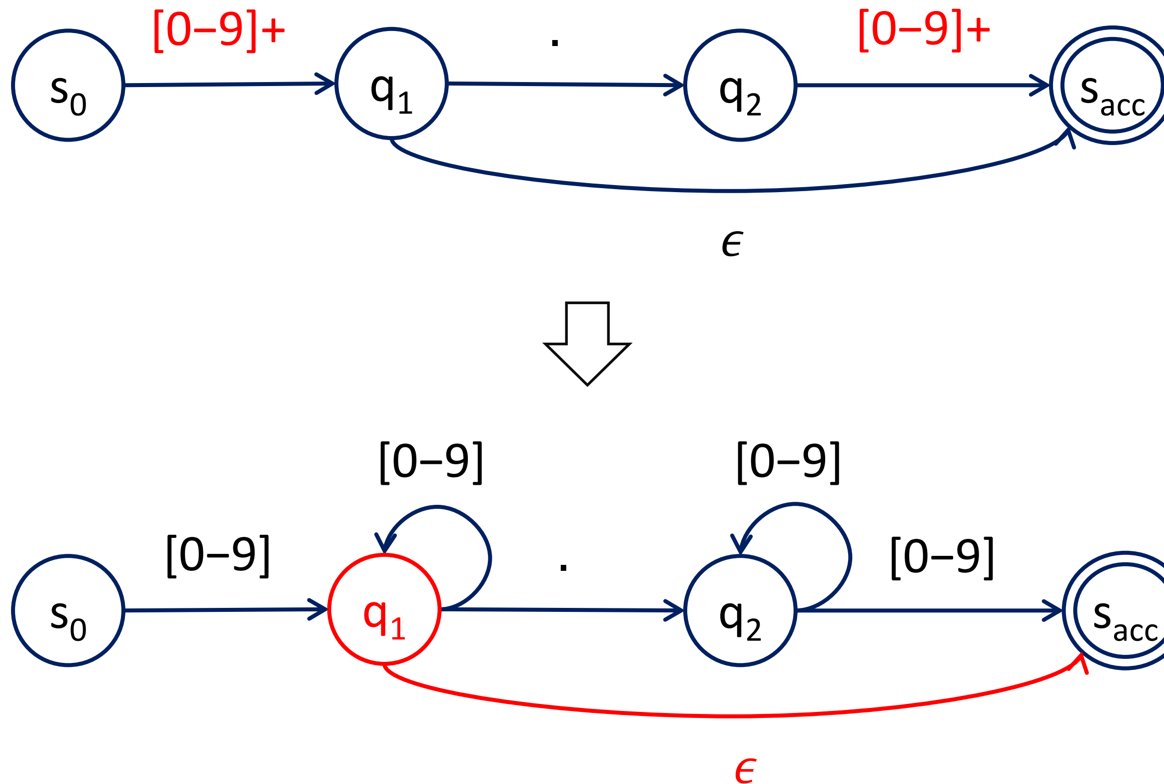
# FA 接受字符串的条件

- FA 接受字符串 $x_1x_2 \dots x_k \mid \forall i \in \{1..k\}, x_i \in \Sigma$ 的充要条件是:
  - 存在序列$s_{t_0}s_{t_1} \dots s_{t_n} \in S$，其中$s_{t_0}$是初始状态，$s_{t_n} \in S_{acc}$
  - 并且$\forall s_{t_{i-1}}, x_i, s_{t_i}, (s_{t_{i-1}}, x_i, s_{t_i}) \in \Delta$
  - 即$\delta(\dots \delta(\delta(s_{t_0}, x_1), x_2) \dots, x_n) \in S_{acc}$
- 反之，则转移至拒绝状态$s_{rej}$

# 如何将正则表达式转换为FA?

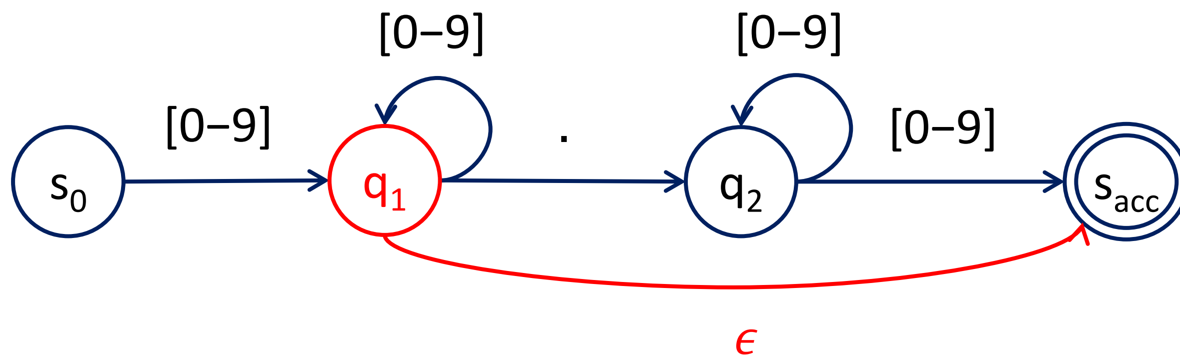
- 如何构造正则表达式对应的FA?

```
<UNUM> := [0-9]+(.[0-9]+|ϵ)
```



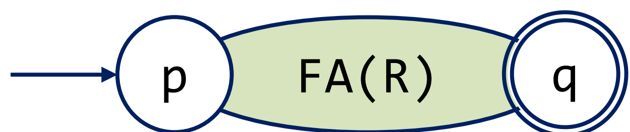
# DFA和NFA

- 确定型有穷自动机（Deterministic FA）
  - 对于FA的任意一个状态和输入字符，最多只有一条状态转移边
- 非确定型有穷自动机（Nondeterministic FA）
  - 对于FSA的任意一个状态和输入字符，可能存在多条状态转移边

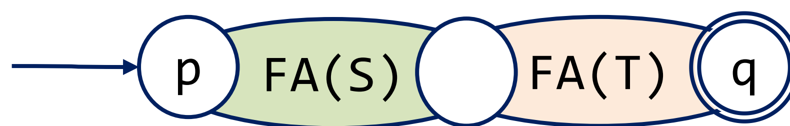


# Thompson构造法：McNaughton–Yamada–Thompson

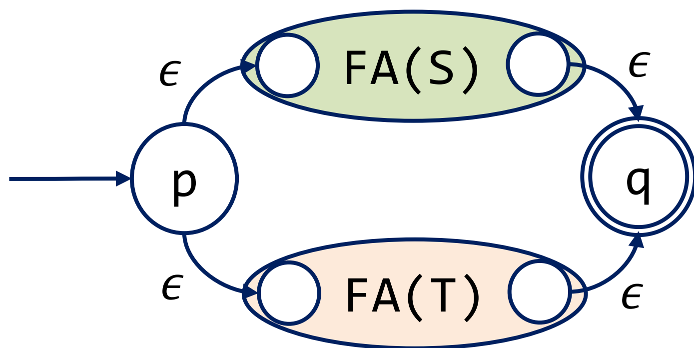
- 根据运算次序（逆序）将正则表达式递归展开
- 根据运算符匹配特定构造模式



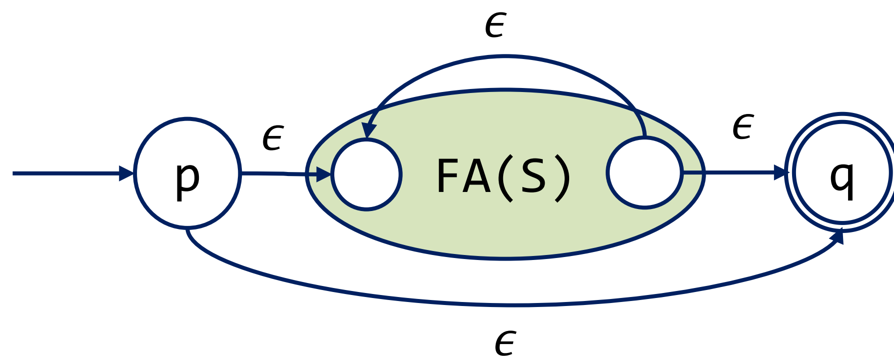

初始状态




连接：$ST$



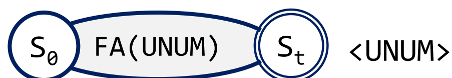

选择：$S|T$

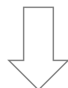



闭包：$S^*$

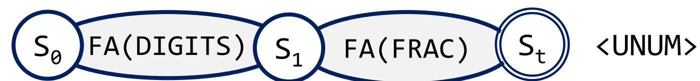
# 展开过程

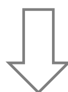
UNUM ≡ {DIGITS} {FRAC}
DIGITS ≡ {DIGIT} {DIGIT}$^*$
FRAC ≡ .{DIGITS}|$\epsilon$
DIGIT ≡ [0-9]



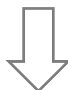



展开FA(UNUM)：连接

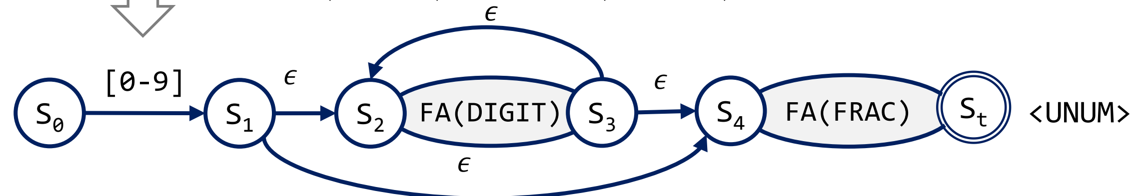


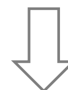



展开FA(DIGITS)：连接

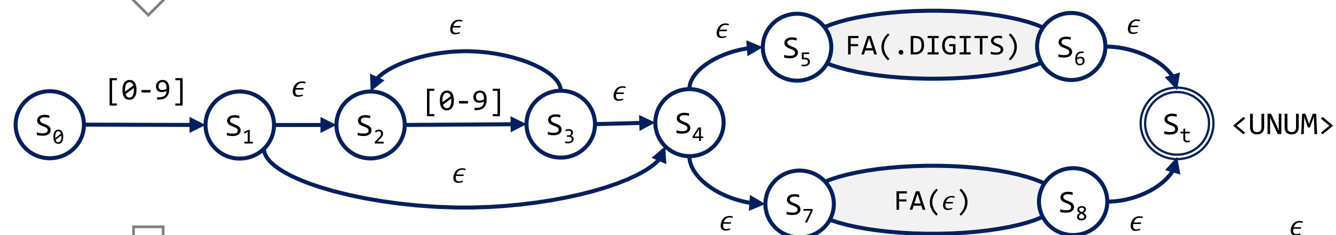


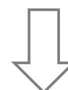
展开FA(DIGIT)；展开FA(DIGIT$^*$)：闭包



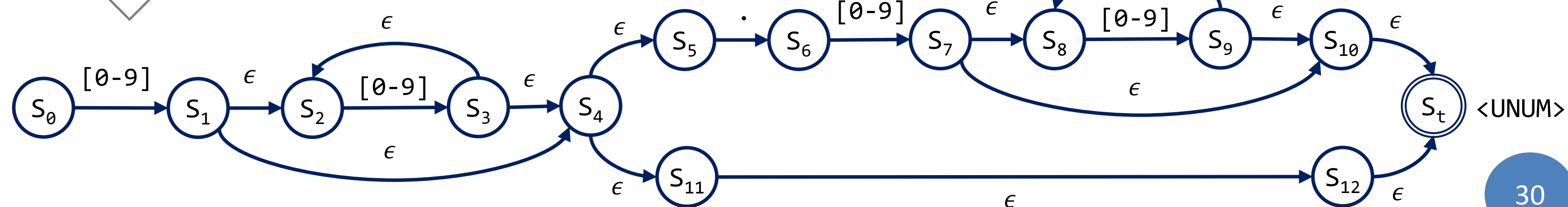



展开FA(DIGIT)；展开FA(FRAC)：选择



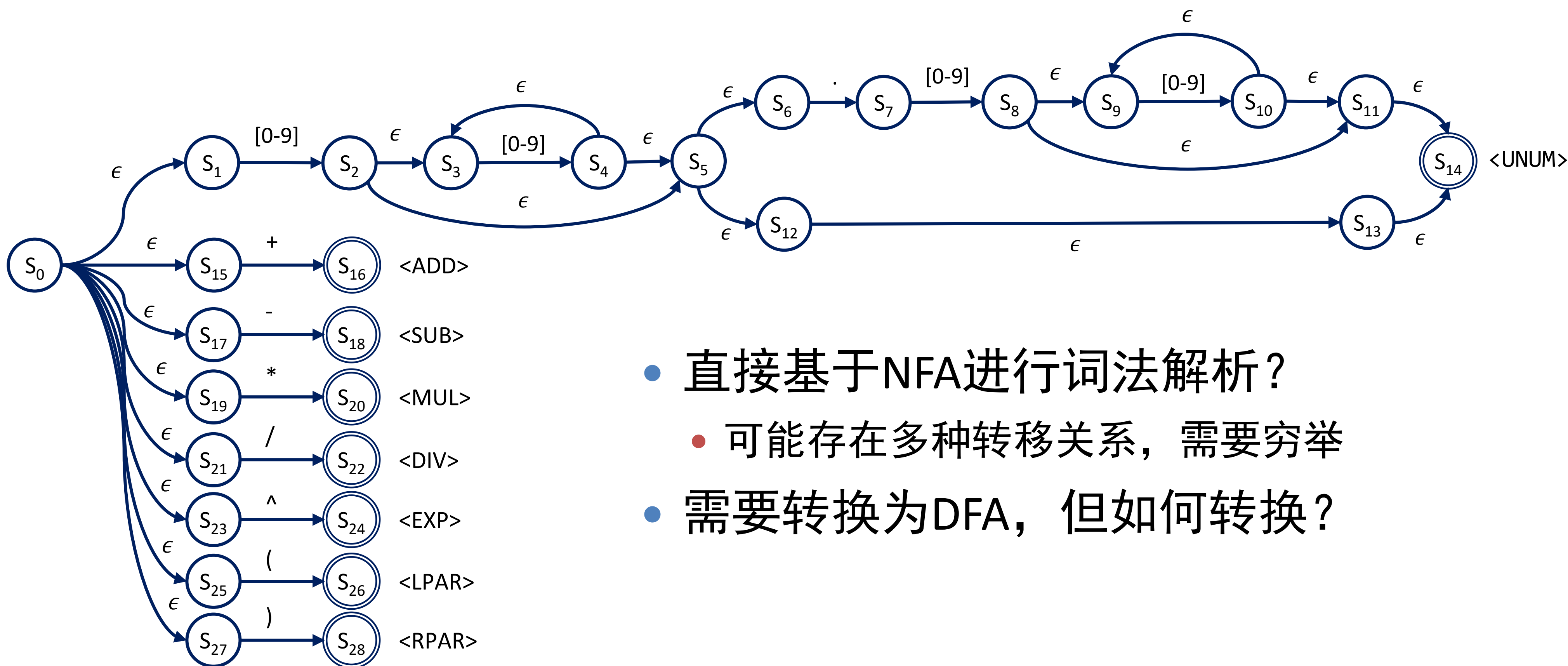



继续递归展开其余子FA



# 使用一个NFA表示多个正则表达式

- 使用ϵ转移将多个正则表达式的NFA合并为一个NFA

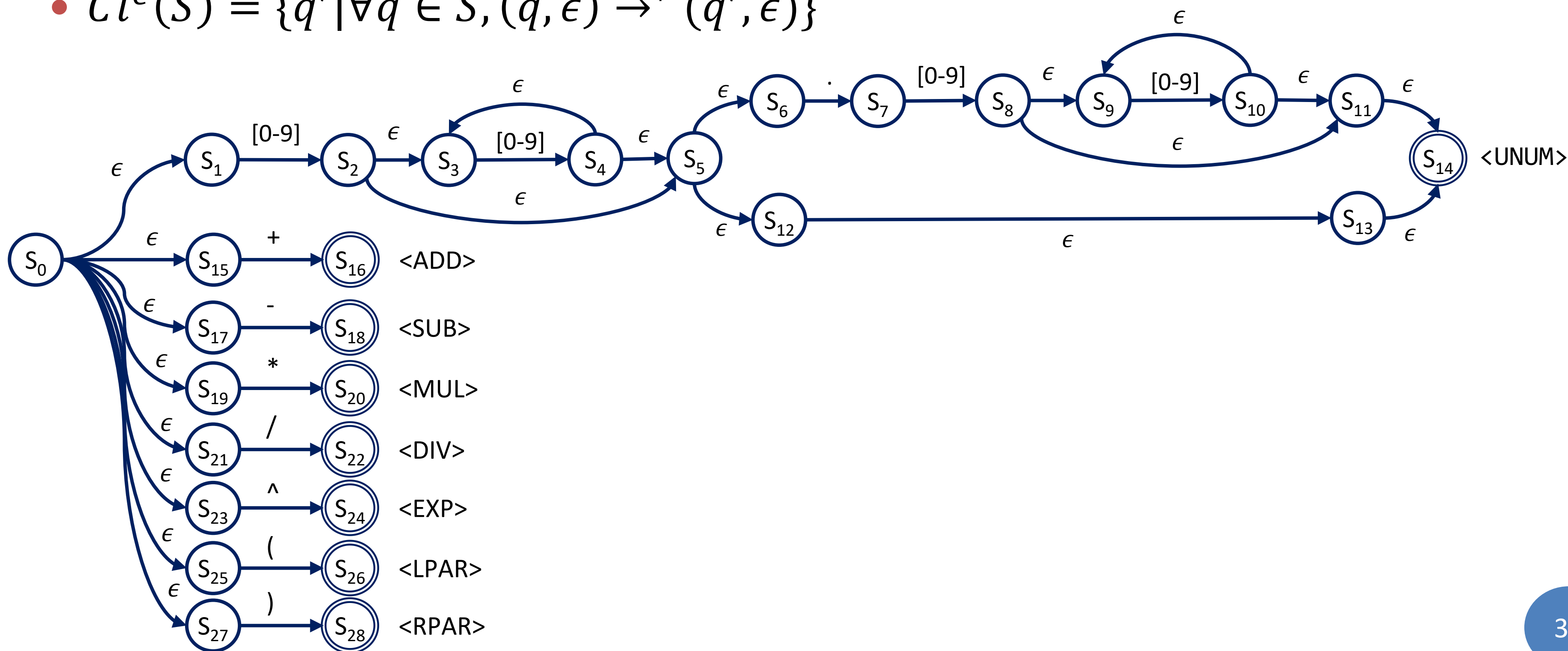



- 直接基于NFA进行词法解析？
  - 可能存在多种转移关系，需要穷举
- 需要转换为DFA，但如何转换？

# 四、词法解析：NFA转DFA

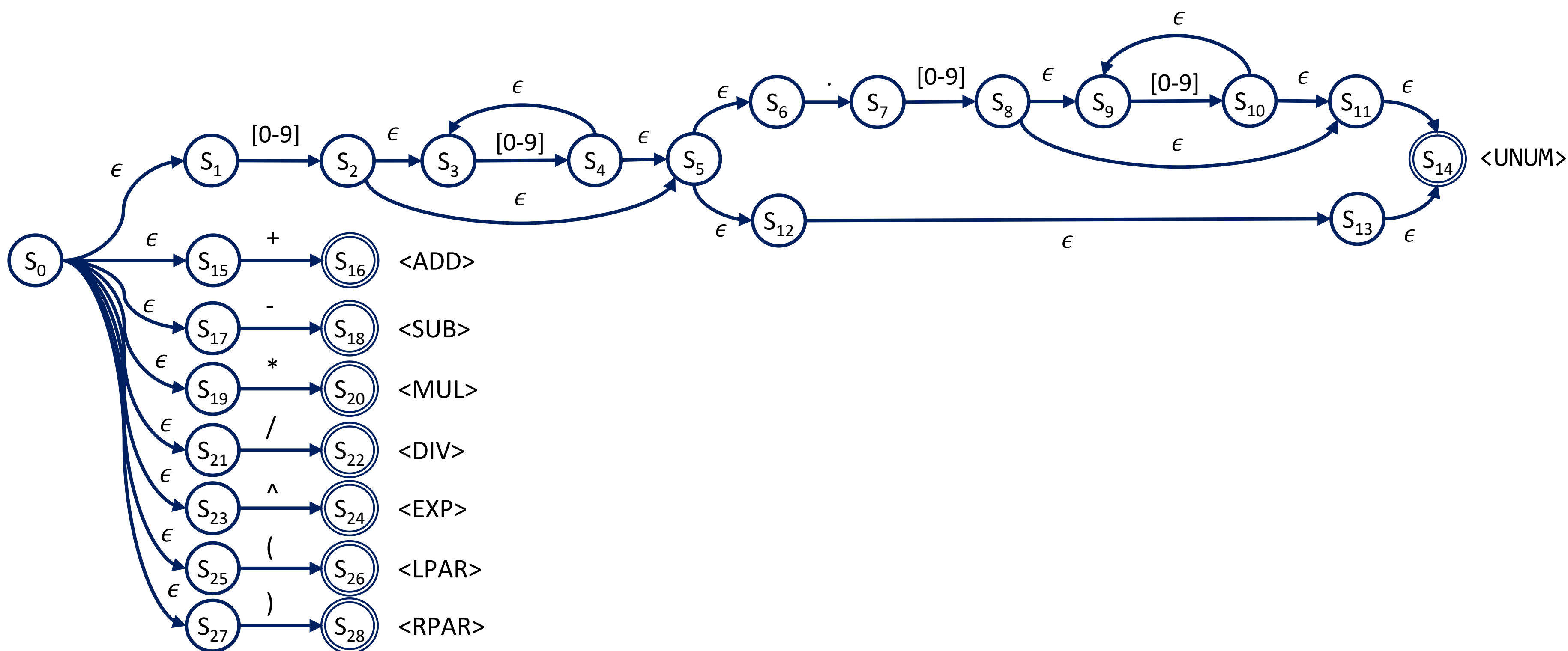
# $\epsilon$闭包（closure）

- 状态$s_i$的$\epsilon$闭包：$s_i$的$\epsilon$-transition的状态集合
  - $Cl^{\epsilon}(s_i) = \{s_j | (s_i, \epsilon) \rightarrow^* (s_j, \epsilon)\}$
  - $Cl^{\epsilon}(s_0) = \{s_0, s_1, s_{15}, s_{17}, s_{19}, s_{21}, s_{23}, s_{25}, s_{27}\}$
- 状态集$S$的$\epsilon$闭包：中所有状态的$\epsilon$-transition的状态集合
  - $Cl^{\epsilon}(S) = \{q' | \forall q \in S, (q, \epsilon) \rightarrow^* (q', \epsilon)\}$



# $a$-transition

- 状态集$S$接受字符$a$后状态集的$\epsilon$闭包
  - $\delta(S,a) = Cl^{\epsilon}(\{q' | \forall q \in S, (q,a) \to q'\})$
  - $\delta(\{s_0, s_1, s_{15}, s_{17}, s_{19}, s_{21}, s_{23}, s_{25}, s_{27}\}, 0) = \{s_2, s_3, s_5, s_6, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}$

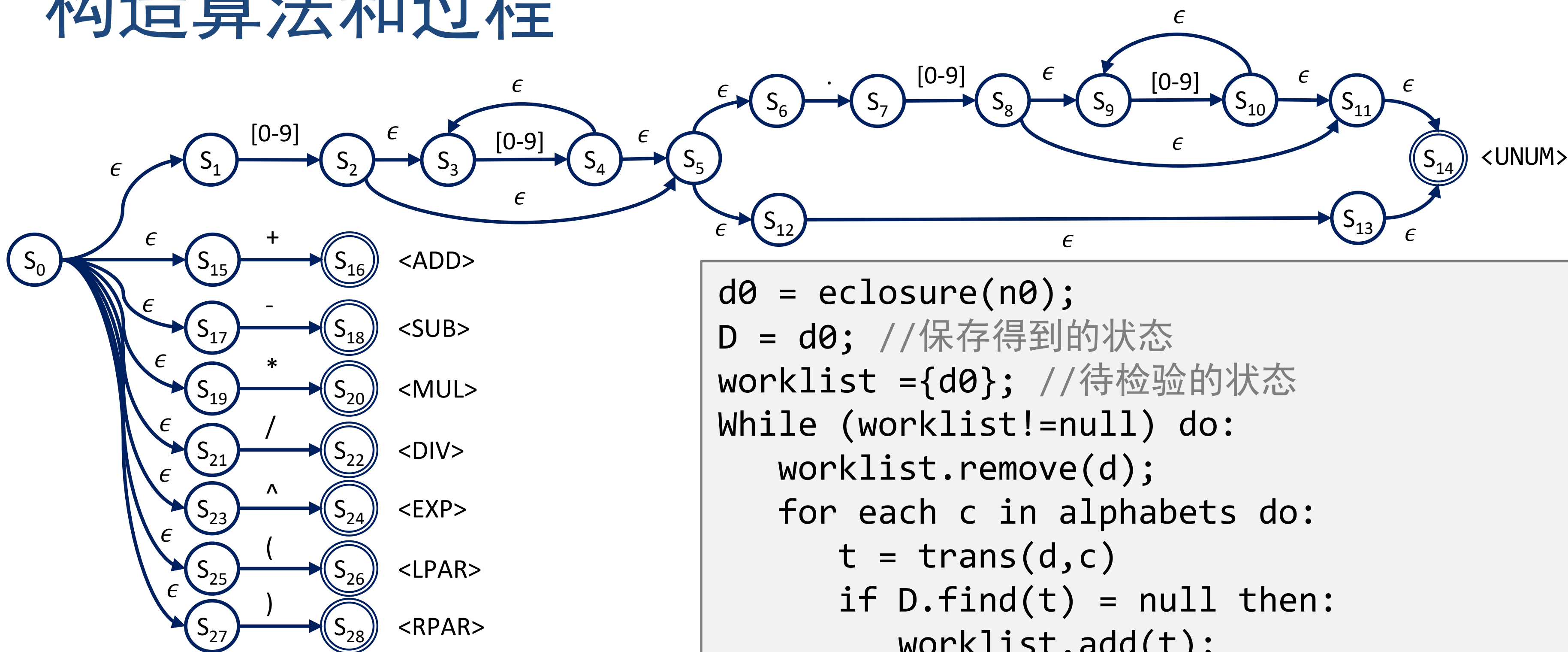


# 子集构造法

Powerset Construction

- 给定一个字符集Σ上的NFA $(N, \Delta, n_0, N_{acc})$，它对应的可接受同一语言的DFA $(D, \Delta', d_0, D_{acc})$定义如下：
  - $D$中的所有状态$d_i$都是$N$的一个子集，$D \subseteq 2^N$
  - $d_0 = Cl^{\epsilon}(n_0)$ //其它DFA状态$d_i$均为原NFA对应状态集合的$\epsilon$闭包
  - $\Delta' = \{d_i \times c \times d_j\}, \forall Cl^{\epsilon}(n_j) \in d_j, \exists n_i \in d_i \;\&\; c \in \Sigma, \text{ s.t. } (n_i, c, n_j) \in \Delta$
  - $D_{acc} = \{d_i \subseteq D \mid d_i \cap N_{acc} \neq \emptyset\}$

# 构造算法和过程



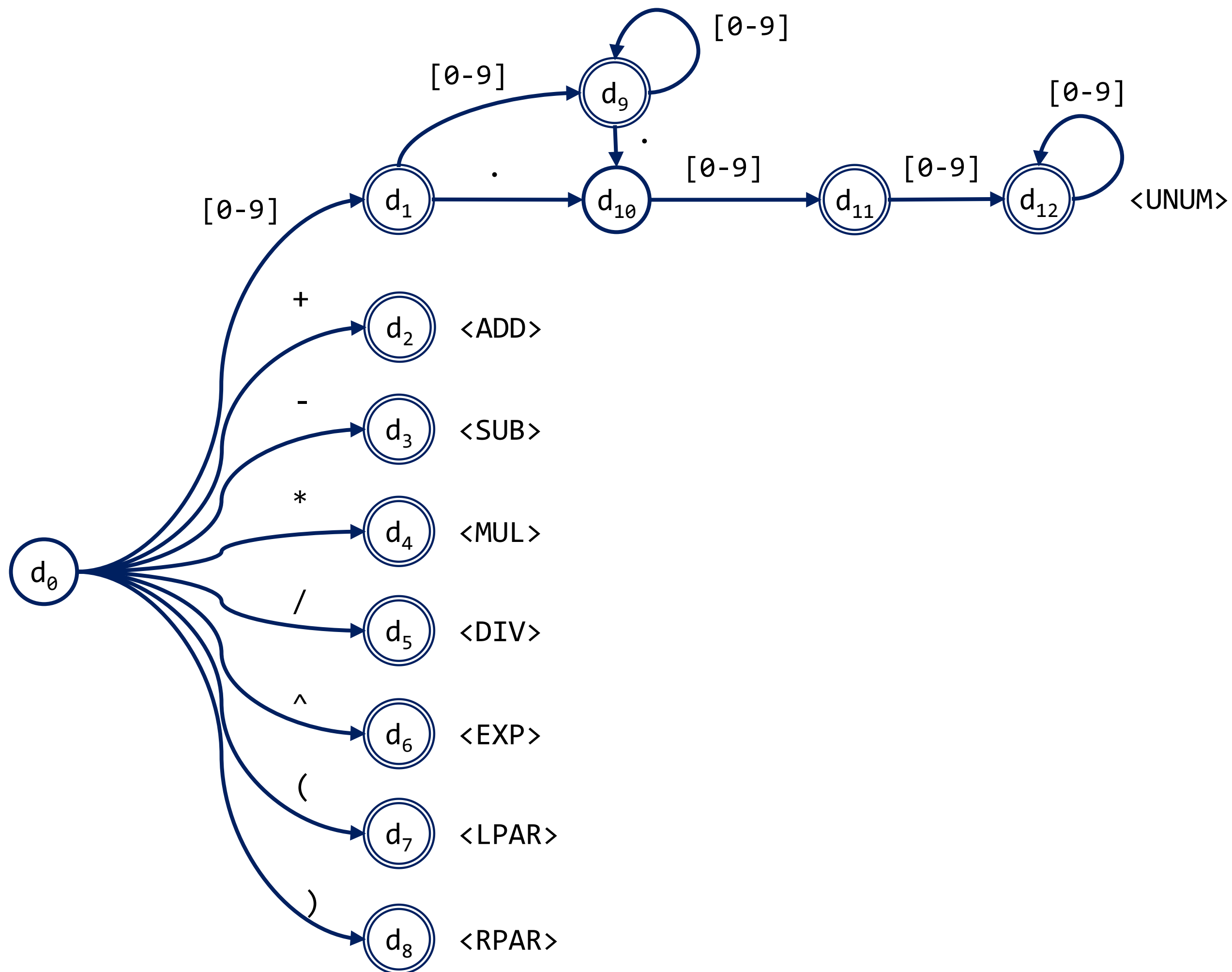

```
d0 = eclosure(n0);
D = d0; //保存得到的状态
worklist ={d0}; //待检验的状态
While (worklist!=null) do:
    worklist.remove(d);
    for each c in alphabets do:
        t = trans(d,c)
        if D.find(t) = null then:
            worklist.add(t);
            D.add(t);
```

| DFA状态 | NFA状态集 | 0-9 | . | + | - | * | / | ^ | ( | ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_0$ | $\{s_0,s_1,s_{15},s_{17},s_{19},s_{21},s_{23},s_{25},s_{27}\}$ | $d_1$:$\{s_2,s_3,s_5,s_6,s_{12},s_{13},s_{14}\}$ | - | $d_2$:$\{s_{16}\}$ | $d_3$:$\{s_{18}\}$ | $d_4$:$\{s_{20}\}$ | $d_5$:$\{s_{22}\}$ | $d_6$:$\{s_{24}\}$ | $d_7$:$\{s_{26}\}$ | $d_8$:$\{s_{28}\}$ |
| $d_1$ | $\{s_2,s_3,s_5,s_6,s_{12},s_{13},s_{14}\}$ | $d_9$:$\{s_3,s_4,s_5,s_6,s_{12},s_{13},s_{14}\}$ | $d_{10}$:$\{s_7\}$ | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_2$ | | | | | | | | | | |

# 结果

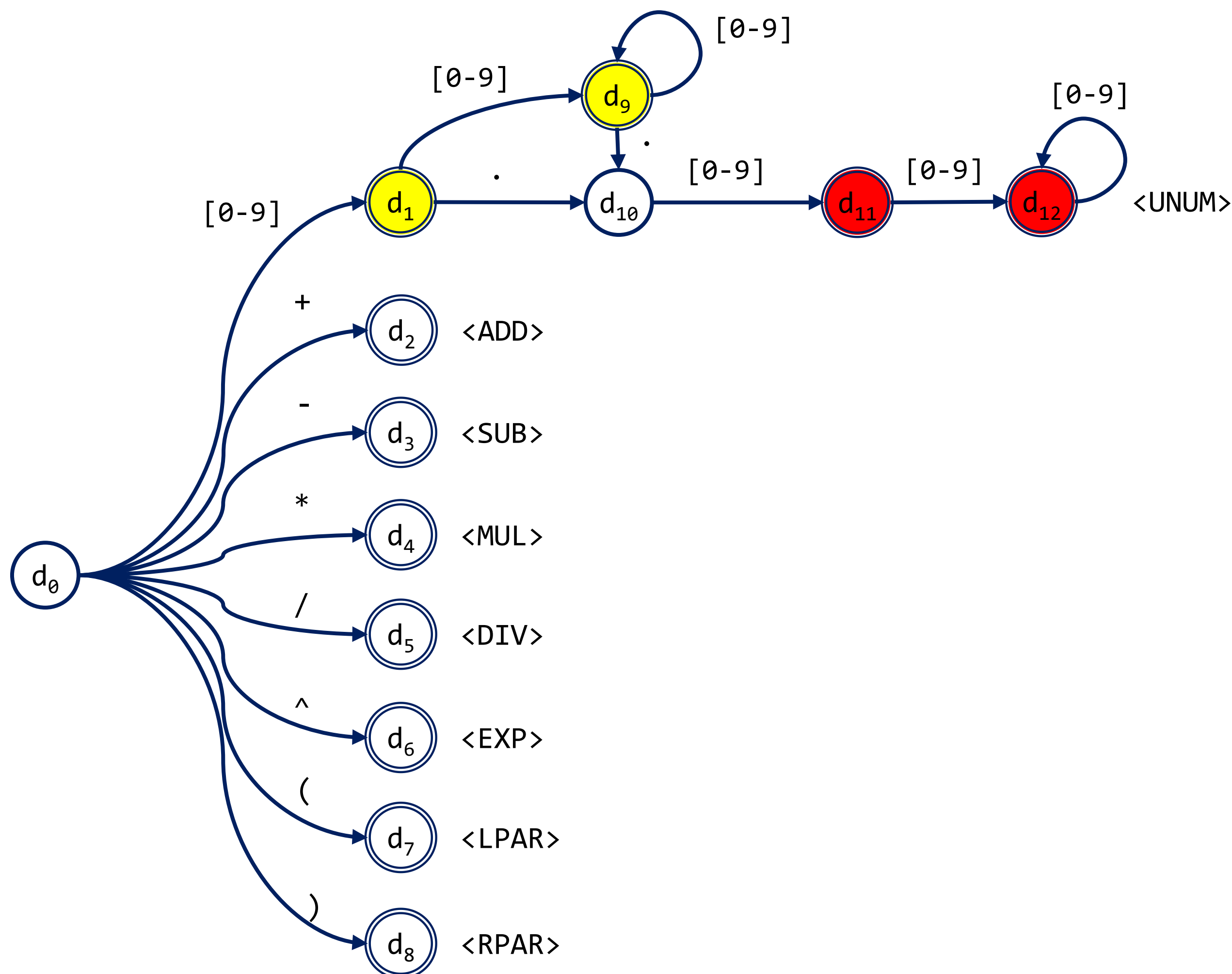
| DFA状态 | NFA状态集 | 0-9 | . | + | - | * | / | ^ | ( | ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_0$ | $\{s_0, s_1, s_{15}, s_{17}, s_{19}, s_{21}, s_{23}, s_{25}, s_{27}\}$ | $d_1$ | - | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | $d_5$ | $d_6$ | $d_7$ | $d_8$ |
| $d_1$ | $\{s_2, s_3, s_5, s_6, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}$ | $d_9$ | $d_{10}$ | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_2$ | $\{s_{16}\}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_3$ | $\{s_{18}\}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_4$ | $\{s_{20}\}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_5$ | $\{s_{22}\}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_6$ | $\{s_{24}\}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_7$ | $\{s_{26}\}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_8$ | $\{s_{28}\}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_9$ | $\{s_3, s_4, s_5, s_6, s_{12}, s_{13}, s_{14}\}$ | $d_9$ | $d_{10}$ | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_{10}$ | $\{s_7\}$ | $d_{11}$ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_{11}$ | $\{s_8, s_9, s_{11}, s_{14}\}$ | $d_{12}$ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| $d_{12}$ | $\{s_9, s_{10}, s_{11}, s_{14}\}$ | $d_{12}$ | - | - | - | - | - | - | - | - |

# 转换后的DFA

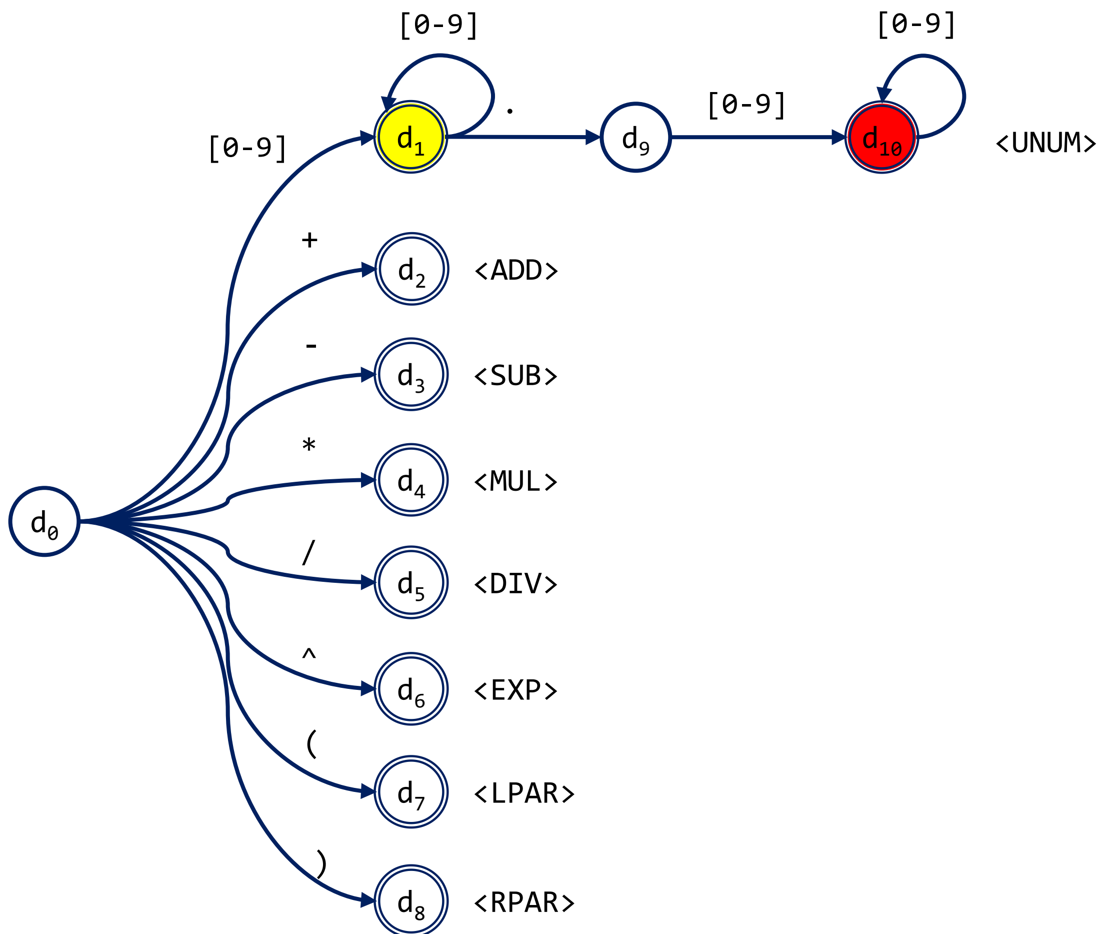


# DFA优化思路：合并同类项

- 对于两个同类型节点$d_i$和$d_j$，可以合并的条件是：
  - $\forall c \in \Sigma, \delta(d_i, c) = \delta(d_j, c)$



# 优化结果

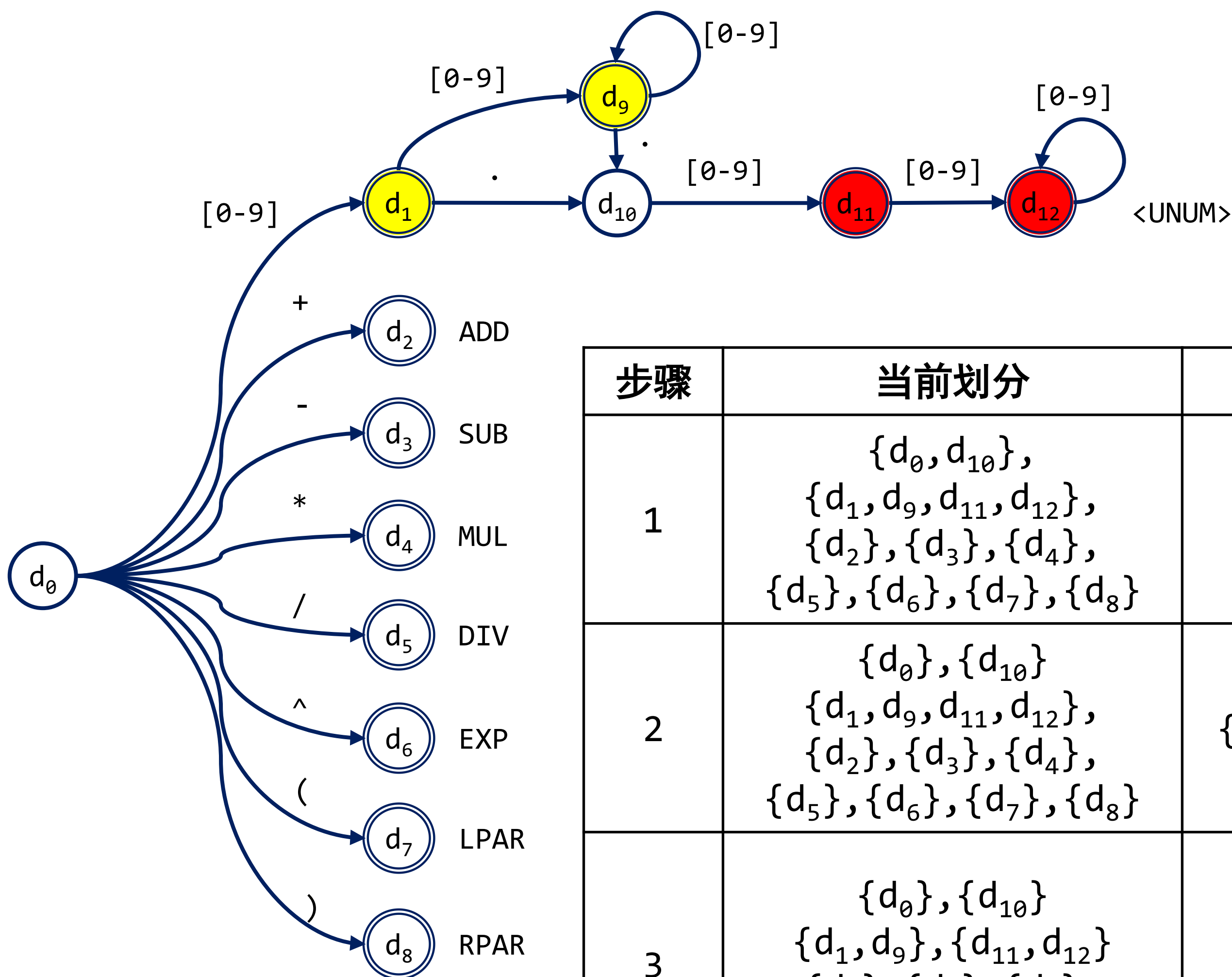


# DFA优化思路：Hopcroft分割算法

```
//将DFA的状态集合D划分为两个子集：接受状态Dac和普通状态D\Dac。
D = {Dac, D\Dac};
S = {}
While (S!=D) do:
   S = D;
   D = {};
   foreach si ∈ S do:
      D = D ∪ Split (si)
//两个节点di和dj无需split的条件是：∀c ∈ Σ, δ(di, c) = δ(dj, c)
Split(s) {
   foreach c in Σ
      if c splits s into {s1, s2}
         return {s1, s2}
   return s
}
```

如果不同的接受状态分别对应不同词元应如何改进算法？

# Hopcroft分割算法应用示例




| 步骤 | 当前划分 | 集合 | 字符 | Split |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $\{d_0,d_{10}\}$, $\{d_1,d_9,d_{11},d_{12}\}$, $\{d_2\},\{d_3\},\{d_4\}$, $\{d_5\},\{d_6\},\{d_7\},\{d_8\}$ | $\{d_0,d_{10}\}$ | + | $\{d_0\},\{d_{10}\}$ |
| 2 | $\{d_0\},\{d_{10}\}$ $\{d_1,d_9,d_{11},d_{12}\}$, $\{d_2\},\{d_3\},\{d_4\}$, $\{d_5\},\{d_6\},\{d_7\},\{d_8\}$ | $\{d_1,d_9,d_{11},d_{12}\}$ | . | $\{d_1,d_9\}$, $\{d_{11},d_{12}\}$ |
| 3 | $\{d_0\},\{d_{10}\}$ $\{d_1,d_9\},\{d_{11},d_{12}\}$ $\{d_2\},\{d_3\},\{d_4\}$, $\{d_5\},\{d_6\},\{d_7\},\{d_8\}$ | | | |

# NFA/DFA复杂度分析

- 对于正则表达式$r$来说，如采用Thompson构造法：
  - NFA状态数$\leq |2r|$，边数$\leq |4r|$
  - 解析单个词素$x$的时间复杂度为$O(|x| \times |r|)$
- 如果转化为DFA：
  - 对应DFA的状态数$\leq |2^{|2r|}|$个
  - 解析单个词素的时间复杂度为$O(|x|)$
- 结论：
  - NFA构造较快，但运行效率低
  - DFA构造耗时，但运行效率高

# 练习

1) 使用Thompson构造法将下列正则表达式转化为NFA
2) 应用子集构造法将NFA转化为DFA
3) 化简上一步得到的DFA

```
<UNUM> := [1-9][0-9]*|0
```

```
<ID> := [a-zA-Z][a-zA-Z0-9]*
```

# 五、正则语言及其等价性

# 正则集

- 假设$\Sigma = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$，则
  - $a|b$表示的语言为：{a,b}（称为正则集）
  - $(a|b)(a|b)$表示的语言为：{aa,ab,bb,ba}
  - $a^*$表示的语言为：{$\epsilon$,a,aa,aaa,...}
  - $(a|b)^*$表示的语言为：{$\epsilon$,a,b,aa,ab,ba,...}
  - $a|a^*b$表示的语言为：{a,aab,aaab,...}

# 正则语言及其等价性

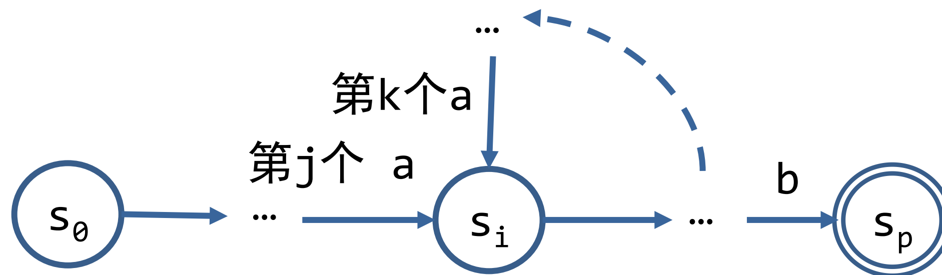
- 正则表达式是一种（表达能力有限的）语言表示方法
- 可用正则表达式表示的语言称为正则语言
- 正则集相等的两个正则表达式等价，如：
  - $a|b = b|a$
  - $(a|b)^* = (a^*|b^*)^*$

# 练习

- 分析下列正则表达式是否等价？
  - $a^*(a|b)^*a$
  - $\left((\epsilon|a)b^*\right)^*$
  - $b^*(abb^*)^*(a|\epsilon)$

# 非正则语言

- 不能用正则表达式或有穷自动机表示的语言
- $L=\{a^n b^n, n>0\}$不是正则语言；反证法：
  - 假设DFA可识别该语言，其包含$p$个状态
  - 假设某词素为$a^q b^q, q>p$
  - 识别该词素需要经过某状态$s_i$至少两次，分别对应第$j$和第$k$个$a$
  - 该DFA可同时接受$a^q b^q$和$a^{q-k+j} b^q$，推出矛盾
- 结论：正则语言不能计数；不能处理括号匹配问题：$(^*)^*$



# 正则语言的泵引理（Pumping Lemma）

- 词素数量有限的语言一定是正则语言
- 词素数量无穷多的语言是否为正则语言？
- 某语言$L(r)$是正则语言的必要条件：
  - 任意长度超过$p$（泵长）的字符串都可以被分解为$xyz$的形式
  - 其中$x$和$z$可为空
  - 子串$y$被重复任意次（如$xyyz$）后得到的句子仍属于该语言